

§ 1. HÀM SỐ

I. HÀM SỐ - TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ:**1) Hàm số:**

Quy tắc f cho tương ứng mỗi giá trị x thuộc tập D với một và chỉ một giá trị y thuộc tập số thực \mathbb{R} được gọi là hàm số.

- Tập D gọi là **tập xác định** (hay miền xác định), x gọi là **biến số** của hàm số f .
- Hàm số f còn được viết là $y = f(x)$.

2) Hàm số cho bằng biểu thức:

- **Ví dụ 1:** Các hàm số $y = f(x) = 3x - 4$; $y = f(x) = x^2 \dots$ là những hàm số chứa biến x .
- Khi cho hàm số bằng biểu thức mà không chỉ rõ tập xác định D của nó thì ta quy ước: **tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.**

- Ghi nhớ:

- Hàm số chứa biểu thức dạng $\frac{B(x)}{A(x)}$ xác định khi $A(x) \neq 0$
- Hàm số chứa biểu thức $\sqrt{A(x)}$ xác định khi $A(x) \geq 0$

- **Chú ý:** Một hàm số có thể được xác định bởi hai, ba, ... công thức. Ví dụ hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{với } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{với } x < 0 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của hàm số tại $x = -2$ và $x = 5$.

Giải

.....

.....

.....

- **Ví dụ 2:** Tìm TXĐ của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 3x - 4} + \sqrt{2-x}$

Giải

.....

.....

.....

.....

.....

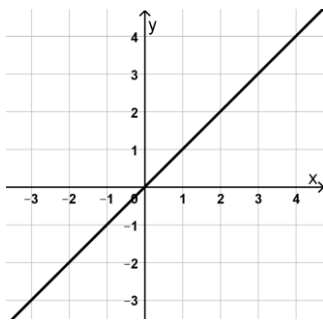
Chương 2. Hàm số bậc nhất và Bậc hai

- **Ví dụ 3:** Tìm TXĐ của hàm số $y = f(x) = \frac{2}{(x^2 - 1)\sqrt{2x - 1}}$

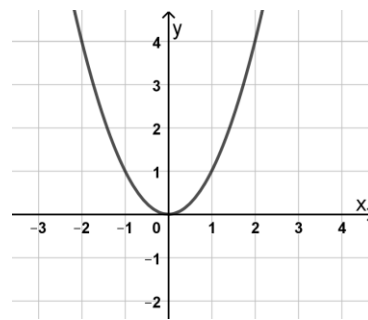
Giải

3) Đồ thị của hàm số:

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi $x \in D$.



Đồ thị hàm số $y = x$



Đồ thị hàm số $y = x^2$

II. SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ:

- Xét hàm số $y = f(x) = x^2$ có đồ thị như trên, ta nhận thấy

TH1: $\forall x_1, x_2 \in [0; +\infty)$ ta nhận thấy: $0 \leq x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \rightarrow$ hàm số tăng khi x tăng

TH2: $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; 0]$ ta nhận thấy: $x_1 < x_2 \leq 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \rightarrow$ hàm số giảm khi x tăng

- **Tổng quát:**

• Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến (tăng) trên khoảng $(a; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

• Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến (giảm) trên khoảng $(a; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

* **Phương pháp xác định sự biến thiên của hàm số trên khoảng $(a; b)$**

+ B₁: Với $x_1 \neq x_2$ ta có $f(x_2) - f(x_1) = \dots$

+ B₂: Xét tỉ số $A = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

+ B₃: Nếu $A > 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a; b)$ thì ta kết luận hàm số đồng biến trên $(a; b)$

Nếu $A < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a; b)$ thì ta kết luận hàm số nghịch biến trên $(a; b)$

Chương 2. Hàm số bậc nhất và Bậc hai

Giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 1. Tìm TXĐ các hàm số sau:

a) $y = \frac{x}{\sqrt{x-2}} + \sqrt{3-x}$

e) $y = \frac{x+1}{\sqrt{3-x}} + \frac{1}{x-1}$

b) $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{4x^2-9}$

f) $y = \frac{x-3\sqrt{2-x}}{(x^2-3x+2)\sqrt{x+1}}$

c) $y = \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{9-x}}{x^2+x-6}$

g) $y = \frac{\sqrt{3-x}}{x^2+2} + \sqrt{x-1}$

d) $y = \frac{x^2-3x-2\sqrt{10-x}}{(2|x|-1)\sqrt{x+3}}$

h) $y = \sqrt{x-1} + \frac{2x}{\sqrt{x-2}}$

Bài 2*. Cho hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2m+1-x}$. Định m để hàm số trên xác định trên một đoạn có độ dài bằng 2.

Bài 4. Xét tính đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = 3x - 2$ trên \mathbb{R}

b) $y = 5 - 3x$ trên \mathbb{R}

c) $y = x^2 + 2x - 2$ trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$

d) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 4$ trên khoảng $(2; +\infty)$

e) $y = \frac{2x-3}{1-2x}$ trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

f) $y = \frac{5}{6x-7}$ trên tập xác định của nó.

Bài 5. Xét tính chẵn, lẻ các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{2x^2 + 1}$

b) $f(x) = \frac{x^3}{|x|-1}$

c) $y = \frac{|x+2| - |x-2|}{x^4 - 4}$

d) $y = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}{x^3 + 2x}$

e) $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$

f) $f(x) = \frac{\sqrt{3-2x} - \sqrt{3+2x}}{4-x^2}$